

Book of abstracts

Sesiunea de Comunicări Matematice

Constanța

11 Decembrie 2021

Divergences: framework and extensions

Ioana DĂNILĂ

Școala doctorală de Matematică, Universitatea din București
jo.danila@yahoo.com

Abstract

This paper unifies the main divergence measures and their properties in the information theory context. It gives as an extension the power divergence family and investigates it. We introduce the class of weighted (ϕ, a) power divergence family, where we consider a study of quadratic convergence.

Bibliografie

- [1] Barbu, V.S., Karagrigoriu, A., Preda, V. (2017) Entropy and divergence rates for Markov Chains: I. The Alpha-Gamma and Beta-Gamma Case. Proceedings of the Romanian Academy, Series A, 18 (4), 293-301.
- [2] Barbu, V.S., Karagrigoriu, A., Preda, V. (2018). Entropy and divergence rates for Markov Chains: II. The weighted Case. Proceeding of the Romanian Academy, Series A, 19 (1), 3-10.
- [3] Barbu, V.S., Vergne, N. (2020) Statistical Topics and Stochastic Models for Dependent Data with Applications. Mathematics and Statistics.
- [4] Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. Bell Syst Tech J 27:379-423.
- [5] Vonta, F., Mattheou, K., Karagrigoriu, A. (2012). On properties of the ϕ -power divergence family with applications in goodness of fit tests.
- [6] Zografos, K., Ferentinos, K., Papaioannou, T. (1990). ϕ -divergence statistics: sampling properties, multinomial goodness of fit and divergence tests. Commun Stat Theory Methods 19(5): 1785-1802.

Cercetare interdisciplinară în matematică și informatică

Radu VASILE

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
rvasile@gmail.com

Abstract

Algebrele BCK au fost introduse de Imai și Iseki în 1996 în [2] ca o generalizare pentru operația de diferență a două mulțimi. Recent, au fost găsite aplicații noi pentru aceste algebre, cum ar cele din [3] și [1]. În aceste articole, un cod binar este asociat cu o algebra BCK și se arată că se poate face și drumul invers, obținerea unui BCK algebra dintr-un cod bloc binar. Aceste noi aplicații deschid un domeniu interesant de cercetare, deoarece o multitudine de întrebări rămân încă fără răspuns sau au răspunsuri parțiale. Având în vedere aceste lucruri, a devenit interesant să studiem în detaliu modul în care pot fi construite algebrele BCK și care este structura acestei clase de algebre.

În [10], autorul prezintă două noi extensii pentru algebrele BCK și arată, de asemenea, că structura clasei de algebre BCK are forma unui graf format din trei arbori care se intersectează, numiți arbori BCK. Autorul arată, de asemenea, că algebrele BCK sunt împărțite în acești arbori după proprietățile lor, ceea ce înseamnă că avem arborele algebrilor BCK comutative, arborele algebrilor BCK implicative pozitive și arborele algebrilor BCK implicative. Mai mult, se arată că atunci când doi arbori se intersectează, algebra BCK care constituie intersecția pierde proprietăți, ca în procesul de derivare Cayley Dickson pentru algebre peste un corp.

În [11], autorul generalizează extinderile Iseki și pseudo-Iseki pentru algebre BCK, introducând construcția Iseki generalizată. Totodată, folosind conceptele de arbori BCK anterior introduse, autorul prezintă un algoritm de computer pentru generarea algebrilor BCK. Nu în ultimul rând, în sursa citată, autorul introduce noi relații valide în algebrele BCK pozitiv implicative. Pentru obținerea acestor relații, un rol important a fost jucat de algoritmul computerizat construit, acesta furnizând exemple și contraexempluri importante în procesul cercetării.

În lucrarea de față, prezentăm algoritmul computerizat de generare a algebrilor BCK și modul în care, combinând concepte de matematică și informatică, a fost posibilă creșterea performanței acestui algoritm. În cea de a doua parte, arătăm cum, utilizând algoritmul computerizat, a fost posibilă construcția unui rezultat matematic.

Bibliografie

- [1] C. Flaut. BCK-algebras arising from block-codes. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, (28):1829-1833, 2015.
- [2] Yasuyuki Imai and Kiyoshi Iseki. On axiom systems of propositional calculi, xiv. *Proceedings of The Japan Academy*, 42, 01 1966.
- [3] Y. B. Jun and S. Z. Song. Codes based on bck-algebras. *Inform. Sciences.*, (181):5102-5109, 2011.
- [4] Hee Sik Kim and Young Hee Kim. On be-algebras. *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 66, 01 2007.
- [5] Kyung Kim and Yong Ho Yon. Dual bck-algebra and mv-algebra. *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 66, 01 2007.
- [6] Antonio Maturo, Sarka Hoskova-Mayerova, Daniela-Tatiana Soitu, and Janusz Kacprzyk, editors. *Recent Trends in Social Systems: Quantitative Theories and Quantitative Models*, volume 66 of *Studies in Systems, Decision and Control*, chapter Some Connections Between Binary Block Codes and Hilbert Algebras, pages 249-256. Springer International Publishing Switzerland, 2017.
- [7] Sung Min Hong, Young Bae Jun, and Mehmet Ozturk, Generalizations of BCK-algebras. *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 58, 01 2004.
- [8] Cristina Flaut and Radu Vasile, Wajsberg algebras arising from binary block-codes. *Soft computing*, 2020.
- [9] Cristina Flaut, Sarka Hoskova-Mayerova, Arsham Borumand Saeid and Radu Vasile, Wajsberg algebras of order n , $n \geq 9$. *Neural Computing and Application*, 2020. Accepted.
- [10] Radu Vasile, New ways for building BCK-algebras of higher order, *Tbilisi Mathematical Journal*, Special Issue icmsa-2019:111-124, 05 2020.
- [11] Radu Vasile, New remarks about positive implicative BCK-algebras, *Italian journal of pure and applied mathematics* (2021), accepted.
- [12] Guido Van Rossum and Fred L. Drake, *Python 3 reference manual*, Create- Space, Scotts Valley, CA, 2009.
- [13] Ryan T. White and Archana Tikayat Ray, *Practical discrete mathematics - discover math principles that fuel algorithms for computer science and machine learning with python*, Packt Publishing Ltd, Livery Place 35 Livery Street Birmingham B3 2PB, UK, 2021.

Unele proprietăți ale cuaternionilor și octonionilor reali

Andreea BAIAS

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
andreeatugui@yahoo.com

Abstract

În cele ce urmează, voi prezenta unele proprietăți ale algebrelor de cuaternioni și octonionii reali. Mai voi axa pe reprezentările matriceale ale acestora și voi da unele exemple și aplicații.

Bibliografie

- [1] John Vince, Quaternions for Computer Graphics, Springer Verlag, Second Edition, 2021.
- [2] <https://ro.scribd.com/document/373525445/Grupul-cuaternionilor-pdf>
- [3] John Voight, Quaternion algebras, Springer, 2021
- [4] <https://math.ucr.edu/home/baez/octonions/node3.html>
- [5] Y.Tian, Matrix representations of octonions and their applications, Adv.Appl.Clifford Algebras, 10(1)(2000), 61-90.

Asupra proprietăților de aproximare a unor operatori de tip Bernstein-Durrmeyer

Bianca Ioana VASIAN

Scoala doctorală de Matematică, Universitatea Transilvania din Brașov
bianca.vasian21@gmail.com

Abstract

În această lucrare vom introduce noi operatori de tip Bernstein-Durrmeyer ce depind de un parametru $\alpha \geq 0$ pentru care vom studia proprietăți de convergență, a pe $\mathcal{C}[0; 1]$, precum și un rezultat de tip Voronovskaya. De asemenea, pentru acești operatori, se vor demonstra rezultate directe și inverse, folosind echivalența dintre \mathcal{K} -functionale și module de netezime.

Bibliografie

- [1] Deo N., Noor M. A., Siddiqui M.A., On approximation by a class of new Bernstein type operators, Applied Mathematics and Computation, 2008.
- [2] Melesteu D. A., Generalized Bernstein type operators, Bulletin of the Transilvania University of Brasov, Vol 13(62), No. 2, 2020.
- [3] Kac V., Cheung P., Quantum Calculus, Springer: New York, 2002.
- [4] Gonska H., Kacs o D., Ras,a I., The Genuine Bernstein-Durrmeyer Operators Revisited, Results. Math. 62 (2012), 295-310, Springer Basel AG, 2012.
- [5] Gupta V., Heping W., The rate of convergence of q-Durrmeyer operators for $0 < q < 1$, Math. Meth. Appl.Sci. 2008; 31:1946-1955.
- [6] Mahmudov N. I., Sabancigil P., On Genuine q-Bernstein-Durrmeyer operators, Academia, 2009.
- [7] Siddiqui M. A., Agrawal R. R., Gupta N., On a class of modified new Bernstein operators.

Some fixed point theorems on equivalent metric spaces

Mariana CUFOIAN

Scoala doctorală de Matematică, Universitatea Tehnică din Cluj Napoca,
Centrul Universitar Nord, Baia Mare
lia.schiop@yahoo.com

Abstract

The aim of this paper is to analyze the existence of fixed points for mappings defined on complete metric spaces satisfying almost contractive condition and a general contractive inequality of integral type. The existence of fixed point is ensured by hypotheses formulated in terms of equivalent metric spaces.

Bibliografie

- [1] BANACH, S. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. *Fundamenta Mathematicae* 3 (1922), 133–181.
- [2] BERINDE, V. Approximating fixed points of weak contractions using the picard iteration. *Nonlinear Analysis Forum* 9, 1 (2004), 43–53.
- [3] BERINDE, V. *Iterative Approximation of Fixed Points*. Springer, 2007.
- [4] BERINDE, V. and PACURAR, M. Fixed points and continuity of almost contractions. *Fixed Point Theory* 9, (March 2008), 23–34.
- [5] BERINDE, V. and PACURAR, M. A note on the paper "Remarks on fixed point theorems of Berinde". Tech. rep., 2009.
- [6] BRANCIARI, A. A fixed point theorem for mappings satisfying a general contractive condition of integral type. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences* 29, 9 (2002), 531–536.
- [7] KANNAN, R. Some results on fixed points. *Bull. Calcutta Math. Soc* 10 (1968), 71–76.
- [8] KIRK, W. A. Metric fixed point theory: a brief retrospective. *Fixed Point Theory and Applications* 2015, 1 (dec 2015), 1–17.
- [9] KUMAR, S. A short survey of the development of fixed point theory. *Surveys in Mathematics and its Applications* 8 (2013), 91–101.
- [10] MORADI, S. Kannan Fixed-Point Theorem On Complete Metric Spaces And On Generalized Metric Spaces Depended an Another Function.
- [11] PANT, R., LOHANI, A., and JHA, K. A history of fixed point theorems. *Ganita-Bhrat, Bull. Soc. Hist. Math. Ind.* 24 (jan 2002), 147–159.

- [12] RHOADES, B. E. Two fixed-point theorems for mappings satisfying a general contractive condition of integral type. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences* 2003, 63 (2003), 4007–4013.
- [13] RUS, I. A. Relevant classes of weakly picard operators. *Annals of West University of Timisoara - Mathematics and Computer Science* 54, 2 (jan 2017), 131–147.
- [14] SAHA, M., and DEY, D. Fixed point theorems for A-contraction mappings of integral type. *Journal of Nonlinear Sciences and Applications* 05, 02 (2012), 84–92.

Ingham's type inequalities for arbitrary families of exponentials

Mihai-Adrian TUDOR

Școala doctorală de Științe, Domeniul Matematică, Universitatea din Craiova
adrian_mihai61@yahoo.com

Abstract

We consider nonharmonic Fourier series for which the exponentials have the property that consecutive frequencies can be arbitrarily close. In this case we obtain an Ingham's type inequality with weights. The proof is mainly based on a Ingham's proof technique inspired from [5].

Bibliografie

- [1] C. Baiocchi, V. Komornik, and P. Loreti, Ingham-Beurling type theorems with weakened gap condition, *Acta Math. Hungar.*, vol. 97, pp. 55-95, 2002.
- [2] C. Castro, and E. Zuazua, Une remarque sur les séries de Fourier non-harmoniques et son application a la controlabilite des cordes avec densite singuliere, *C. R. Acad. Sci. Paris Ser I*, vol. 322, pp. 365-370, 1996.
- [3] A. E. Ingham, Some trigonometrical inequalities with applications to the theory of series, *Math. Z.*, vol. 41, pp. 367-369, 1936.
- [4] S. Jaffard, and S. Micu, Estimates of the constants in generalized Ingham's inequality and applications to the control of the wave equation, *Asymptotic Analysis*, vol. 28, pp. 181-214, 2001.
- [5] S. Jaffard, M. Tucsnak, and E. Zuazua, "On a theorem of Ingham," *J. Fourier Anal. Appl.*, vol. 3, pp. 577-582, 1997.
- [6] V. Komornik, and P. Loreti, "Ingham Type Theorems for Vector-Valued Functions and Observability of Coupled Linear Systems," *SIAM J. Control Optim.*, vol. 37, pp. 49-74, 1998.
- [7] Komornik, V., and Loreti, P., *Fourier Series in Control Theory*, Springer-Verlag, New-York, 2005.
- [8] I. Roventa, L. Temereanca, A. M. Tudor, A note on weighted Ingham's inequality for families of exponentials with no gap, *24th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, (2020), 43-48.

Convergence of the Mann iterative process to fixed points of enriched quasi nonexpansive semigroups

Mariana POTOAN FARCAȘ

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Tehnică din Cluj Napoca,
Centrul Universitar Nord, Baia Mare
daniela.potoan@yahoo.com

Abstract

In this paper, we introduce a new semigroup of an enriched quasi nonexpansive mapping in the sense of Berinde, namely, an enriched quasi nonexpansive semigroup. To approximate common fixed points, using the Mann iterative process in uniformly convex Banach spaces, we establish some weak and strong convergence results for enriched quasi nonexpansive semigroups.

Bibliografie

- [1] Berinde, V., Iterative Approximation of Fixed Points, Springer, 2007.
- [2] Berinde, V., Approximating Fixed Points of Enriched Nonexpansive Mappings in Banach Spaces by Using a Retraction-Displacement Condition, Carpathian J. Math., vol. 36(2020), no. 1, 27-34.
- [3] Berinde, V., Approximating fixed points of enriched nonexpansive mappings by Krasnoselskij iteration in Hilbert spaces, Carpathian J. Math., Vol. 35(2019), No. 3, 293-304.
- [4] Berinde, V. and Pacurar M., Approximating fixed points of enriched Chatterjea contractions by Krasnoselskij iterative method in Banach spaces, arXiv:1909.03494, 2019.
- [5] Berinde, V., Iterative approximation of fixed points, Second edition. Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin, 2007.
- [6] Kesahorn T., Sintunavarat W. On novel common Fixed point results for enriched nonexpansive semigroups, Thai J. Math.18(2020), no. 3, 1549-1563/
- [7] Opial Z., Weak convergence of the sequence of successive approximations for nonexpansive mappings, Bull.Amer.Math.Soc.73(1967) 591-597.

Algebraic Heun operators

Iulia - Cătălina PLEȘCA

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Alexandru Ioan Cuza, Iași
iulia.plesca@uaic.ro

Abstract

Consider the Heun operator, the second order differential operator with four regular singular points, given by:

$$\mathcal{H} = \frac{d^2}{dz^2} + \left(\frac{\gamma}{z} + \frac{\delta}{z-1} + \frac{\varepsilon}{z-d} \right) \frac{d}{dz} + \frac{\alpha\beta z - q}{z(z-1)(z-d)},$$

where

$$d \in \mathbb{C} \setminus \{0, 1\} \text{ and } \alpha + \beta + 1 = \gamma + \delta + \varepsilon.$$

We are interested to find conditions for which the ordinary linear differential equation:

$$\mathcal{H}(y) = 0.$$

has a full set of algebraic solutions.

In this case, we see the corresponding Heun operators as pull-backs by Belyi functions of algebraic hypergeometric operators. We search for these functions by finding their corresponding dessin d'enfant. We find some infinite families of dessins d'enfants parametrized by the number of edges.

Bibliografie

[1] Francesco Baldassari and Bernard Dwork, On Second Order Linear Differential Equations with Algebraic Solutions, American Journal of Mathematics 101 (1979), 42 - 76.

[2] Christian Felix Klein, Ueber lineare Differentialgleichungen, Mathematische Annalen 12 (1877), 167 - 179.

[3] Răzvan Dinu Lițcanu, Lamé operators with finite monodromy - a combinatorial approach, Journal of Differential Equations 207 (2004), 93 - 116.

Final comparation reliability of serial-parallel networks vs parallel-serial networks

Veronica ANDRIEVSCHI-BAGRIN

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Tehnică din Chișinău,
Republica Moldova,
veronica.bagrin@ati.utm.md

Abstract

The paper addresses the issue of comparing the reliability of two standard types of networks: serial-parallel and parallel-serial. Four variants of dynamic mathematical models are analyzed depending on the lifetime cumulative distribution function of each units of the network, the non-random / random character of the number of units in each subnet and of the number of subnets. Sufficient conditions have been determined for serial-parallel networks to be more reliable than parallel-serial networks. The main result is that these conditions do not imply the lifetime distribution of each unit but only the probabilistic distribution of the numbers of units and subsystems of the networks.

Bibliografie

- [1] Noack, A., A class of random variables with discrete distribution, *Annals of Mathematical Statistics*, 1950, Vol.21, No.1, p. 127-132.
- [2] Leahu, A., Andrievschi-Bagrin, V., Lifetime distributions and their approximation in reliability of serial/parallel networks, *An. St. Univ. Ovidius Constanta, Ser. matematica*, Vol. 28(2), 2020, p. 161-172.
- [3] Leahu, A., Andrievschi-Bagrin, V., Ciorba,.D., Fiodorov, I., Reliability for the networks with random number of units in each subnet, *Abstracts of International Conference Mathematics & IT: Research and Education (MITRE-2021)*, Moldova State University, Chișinău, Republic of Moldova, July 01–03, 2021, p.49

Teoreme de existență și unicitate pentru ecuații diferențiale cu argument modificat

Liliana KONYICKA

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Tehnică din Cluj Napoca,
Centrul Universitar Nord, Baia Mare
konyickal@yahoo.com

Abstract

În acest raport de cercetare vom prezenta două teoreme de existență și unicitate a soluțiilor următoarelor două probleme Cauchy și Dirichlet: *Problema Cauchy asociată unei ecuații diferențiale cu argument modificat* și *Problema lui Dirichlet asociată unei ecuații diferențiale cu argument modificat*.

Bibliografie

- [1] I.A. Rus și C.Iancu. Modelare matematică. Casa de editură Transilvania Press, Cluj-Napoca 2000.
- [2] M.Dobritoiu. Modele matematice guvernate de ecuații integrale cu argument modificat. Referat de doctorat, Universitatea Babeș-Bolyai Cluj-Napoca, 2003.
- [3] V.A.Ilea, Ecuații diferențiale cu modificarea mixtă a argumentului, Presa Universitară Clujeană, 2006.
- [4] I.A.Rus, Principii și aplicații ale teoriei punctului fix, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1979.
- [5] I.A.Rus, Ecuații diferențiale, ecuații integrale și sisteme dinamice, Casa de editură Transilvania Press, Cluj-Napoca, 1996.
- [6] I.A.Rus, C.Iancu, Modelare matematică, Casa de editură Transilvania Press, Cluj-Napoca 2000.

Rezultate auxiliare pentru materiale termoelastice dublu poroase

Anamaria-Nadie EMIN(LEONTE)

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
anamaria.emin@yahoo.com

Abstract

Studiul rezultatelor de unicitate pentru materialele dublu poroase este principalul obiectiv al acestei lucrări. Unele rezultate auxiliare se obțin pe baza relației de reciprocitate de tip Betty care implică procese termoelastice. După configurarea ecuațiilor de bază se definește problema mixtă inițială cu valori la limită, pentru a modela un corp termoelastic cu structură dublu poroasă. Este demonstrată o relație reciprocă de tip Betty, care stabilește o conexiune între două sisteme de încărcări externe și soluțiile corespunzătoare acestor încărcări. În final, pe baza relațiilor obținute, se va demonstra o teoremă de unicitate pentru materiale termoelastice cu dublă porozitate.

Bibliografie

- [1] Barenblatt, G.I., Zheltov, I.P.: On the basic equations of seepage of homogeneous liquids in fissured rock. (English translation.) Akad Nauk SSSR. 545–548 (1960)
- [2] Iesan, D.: A theory of thermoelastic materials with voids. Acta Mechanica. 67–89 (1986)
- [3] Cowin, S.C., Nunziato, J.W.: Linear elastic materials with voids. Journal of Elasticity. 125–147 (1983)
- [4] Svanadze, M. On the theory of viscoelasticity for materials with double porosity. Discrete and Continuous Dynamical Systems – Series B. 2335–2352 (2014)
- [5] Marin, M., Ochsner, A., Craciun, E.M.: A generalization of the Saint-Venant's principle for an elastic body with dipolar structure. Continuum Mech. Thermodyn. 269–278 (2020)
- [6] Marin, M., Craciun, E.M., Uniqueness results for a boundary value problem in dipolar thermoelasticity to model composite materials. Composites Part B Engineering. 27-37 (2017)

Weaker Schur-Convex functions via complete homogeneous symmetric polynomials

Geanina-Maria LĂCHESCU

Școala doctorală de Științe, Domeniul Matematică, Universitatea din Craiova
lachescu.geanina@yahoo.com

Abstract

We discuss about the positivity of the complete homogeneous symmetric polynomials with an even degree. We introduce a weaker notion of Schur-convex function. Our aim is to extend some general results from Schur-convex functions theory.

Bibliografie

- [1] D. B. Hunter, The positive-definiteness of the complete symmetric functions of even order, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 82 (1977), no. 2, 255-258.
- [2] A. W. Marshall, I. Olkin, and B. Arnold, *Inequalities: Theory of Majorization and Its Application*, 2nd Edition, Springer, 2011.
- [3] K. Nikodem, T. Rajba, and S. Wasowicz, Functions generating strongly Schur-convex sums, *Inequalities and Applications*, International Series of Numerical Mathematics, 161, pp 175-182, Springer Basel 2012.
- [4] C. P. Niculescu, and L.-E. Persson, *Convex Functions and their Applications. A Contemporary Approach*, CMS Books in Mathematics vol. 23, Springer-Verlag, New York, 2006.
- [5] I. Roventa, Schur-convexity of a class of symmetric functions, *Annals of the University of Craiova - Mathematics and Computer Science Series* 37 (2010), no. 1, 12-18.
- [6] I. Roventa, L. E. Temereanca. A note on the positivity of the even degree complete homogeneous symmetric polynomials, *Mediterranean Journal of Mathematics*, 2018.
- [7] T. Tao, <https://terrytao.wordpress.com/2017/08/06/schur-convexity-and-positive-definiteness-of-the-even-degree-complete-homogeneous-symmetric-polynomials/>.

Some divergences between probability measures

Sorina SFETCU

Școala doctorală de Matematică, Universitatea din București
sorina.sfetcu@yahoo.com

Abstract

We introduce new divergences between two probability measures and study some properties of them. We notice the importance in other proofs of the inequalities we obtained for these divergences on an arbitrary measurable non-negligible set..

Bibliografie

- [1] T.M. Cover, J.A. Thomas, Elements of Information Theory, John Wiley & Sons, 2012.
- [2] S. Furuichi, K. Yanagi, K. Kuriyama, Fundamental properties of Tsallis relative entropy, J. Math. Phys. 45(2004), 4868-4877.
- [3] S. Guiasu, Information Theory with Applications, McGraw-Hill Inc., 1977.
- [4] V. Preda, C. Balcau, Entropy Optimization with Applications, Editura Academiei Romane, Bucuresti, 2011.
- [5] A. Toma, Optimal robust M-estimators using divergences, Stat. Probab. Lett. 79(2009), 1-5.

About the B-concavity of functions with many variables

Alexandra Diana MELEȘTEU

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Transilvania din Brașov
alexandra.melesteu@unitbv.ro

Abstract

The paper deals with the study of the property of B-concavity in the multi-dimensional case and with the property of preservation of B-concavity by Bernstein operators given on a simplex.

Bibliografie

- [1] T.Tunc, M.Uzun, On the preservation of the B-Convexity and B-Concavity of functions by Bernstein Operators, Journal of Contemporary Applied Mathematics, V.10,No.2,2020.
- [2] W. Bricc, C. Horvath, B-convexity, Optimization,V.53,No.2,2004,103-127.
- [3] R. Paltanea, The preservation of the property of quasicconvexity of higher order by Bernstein's operators, Rev.Anal.Numer.Theor.Approx., v.25,No.1-2,1996,195-201.

Rezolvarea de ecuații peste quaternioni și octonioni

Mariana-Geanina ZAHARIA

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
geaninazaharia@yahoo.com

Abstract

Prima parte a lucrării de față conține soluțiile ecuației caracteristice, relații de recurență, câteva identități importante pe care le-am folosit în calcule, quaternioni Fibonacci și quaternioni Fibonacci generalizați, urma, norma quaternionilor generalizați.

În a doua parte voi prezenta rezultatele principale: algebre de quaternioni și algebre de octonioni, ecuația de gradul al doilea, ecuații obținute prin procedeul Cayley-Dickson.

Quaternionii sunt numere hipercomplexe necomutative obținute prin extinderea mulțimii de numere complexe într-o manieră similară cu cea care a condus de la numere reale la numere complexe. Aceste numere au fost introduse de matematicianul irlandez Sir William Rowan Hamilton în 1843 și aplicate în spațiul tridimensional. Deși au fost înlocuți în majoritate de aplicații vectoriale, quaternionii sunt încă utilizați atât în matematică teoretică, cât și în matematica aplicată.

Octonionii formează o algebra de dimensiune 8 și sunt algebre cu diviziune peste corpul numerelor reale, sunt algebre necomutative și neasociative, dar satisfac o formă mai slabă de asociativitate, și anume alternativitatea. Sunt de asemenea asociativi în puteri.

Bibliografie

- [1] Atkinson, A. C., Tests of pseudo-random numbers, Applied Statistics, 29(1980), 164-171.
- [2] Agarwal, R. P., Wong, Patricia J.Y., Advanced Topics in Difference Equations, Springer Netherlands, 1997, 510 p.
- [3] Brown, Jr. J. L., Note on Complete Sequences of Integers, The American Mathematical Monthly, 68(6)(1961), 557-560.
- [4] Brown, R.B., On generalized Cayley-Dickson algebras, Pacific J. of Math., Vol.20, No.3, 415-422, 1967
- [5] Cho, E., De-Moivre's formula for quaternions, Appl. Math. Fict., {11} (6) (1998), 33-35.
- [6] T.V.Didkivska, M.V.Stopochkina, Properties of Fibonacci-Narayana numbers, In the World of Mathematics, 9(1)(2003), 29-36. [in Ukrainian]

- [7] Eilenberg, S., Niven, I., The fundamental theorem of algebra for quaternions, Bull. Amer. Math. Soc., 50(1944), 246-248.
- [8] Flaut, C., Some application of difference equations in Cryptography si Coding Theory, accepted in Journal of Difference Equations si Applications.
- [9] Flaut, C., Savin, D., Quaternion Algebras si Generalized Fibonacci-Lucas Quaternions, Adv. Appl. Clifford Algebras, 25(4)(2015),853-862.
- [10] Flaut, C., Savin, D., Some remarks regarding a, b, x_0, x_1 -numbers and a, b, x_0, x_1 -quaternions, <https://arxiv.org/pdf/1705.00361.pdf>.
- [11] Flaut, C., Savin, D., Some special number sequences obtained from a difference equation of degree three, Chaos, Solitons and Fractals,106(2018), 67-71.
- [12] Flaut, C., Some equation in algebras obtained by Cayley-Dickson process, An.St. Univ.Ovidius Constanța, Vol.9(2)2001, 45-68
- [13] Cristina Flaut, Diana Savin, Geanina Zaharia, Some applications of Fibonacci and Lucas numbers, Book chapter in the Springer Book: "Algorithms as an approach of Applied Mathematics", Editors Cristina Flaut, Srka Hoskova-Mayerova, F. Maturo
- [14] Flaut, C., Shpakivskyi, V., An Efficient Method for Solving Equations in Generalized Quaternion si Octonion Algebras, Adv.Appl. Clifford Algebras, 25(2)(2015), 337-350.
- [15] A. F. Horadam, A Generalized Fibonacci Sequence, Amer. Math. Monthly, {68}(1961), 455-459.
- [16] A. F. Horadam, Complex Fibonacci Numbers si Fibonacci Quaternions, Amer. Math. Monthly, 70(1963), 289-291.
- [17] Liping Huang, Wasin So, Quadratic Formulas for Quaternions, Applied Mathematics Letters, 15(2002), 533-540.
- [18] M. E. Koroglu, I. Ozbek, I. Siap, Optimal Codes from Fibonacci Polynomials si Secret Sharing Schemes, Arab. J. Math, 2017,1-12.
- [19] Tian, Y., Similarity and consimilarity of elements in the real Cayley-Dickson algebras, Advances in App.Clifford Algebras 9(1999), No.1, 61-76..

Caracterizarea algebrelor de cuaternioni prin intermediul formelor pătratice

Ana NECHIFOR

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
nechifor.ana96@gmail.com

Abstract

Timp de cel puțin zece ani, Hamilton a încercat să modeleze un spațiu 3-dimensional cu o structură asemănătoare cu cea a numerelor complexe, a căror adunare și înmulțire se regăsesc în spațiul bidimensional. În acest sens, Hamilton și-a dat seama că ar avea nevoie de o a patra dimensiune și astfel a inventat termenul de *cuaternioni* pentru spațiul real, generat de elementele $1, i, j, k$, relative la înmulțire. (John Voight, *Quaternion algebras*, March 27, 2021, p.1)

Debutul cuaternionilor lui Hamilton a fost întâmpinat cu o oarecare rezistență în matematică, întrucât presupunea un sistem de „numere” care nu satisfacea proprietatea de comutativitate a înmulțirii. La începutul anilor 1900, Dickson a fost primul care a luat în considerare algebrele de cuaternioni peste un câmp arbitrar. El a început prin a generaliza acele algebre în care fiecare element satisface o ecuație pătratică, a expus o bază diagonalizabilă pentru o astfel de algebră și a analizat condițiile pentru a fi o algebră cu diviziune (John Voight, *Quaternion algebras*, March 27, 2021, p.9). Acest lucru l-a condus la ceea ce el a numit mai târziu, *algebra cuaternionilor generalizați*, pentru care:

$$i^2 = \alpha, j^2 = \beta, k^2 = -\alpha\beta$$

$$ij = -ji = k, ik = -ki = \alpha j, kj = -jk = \beta i$$

Algebra de cuaternioni a fuzionat, de asemenea, cu teoria algebrică a formelor pătratice. În acest sens, vom expune câteva proprietăți ale acestora definite pe algebre de cuaternioni, vom evidenția caracterizarea cuaternionilor prin intermediul formelor pătratice și ne vom îndrepta atenția spre conexiunea lor cu studiul nivelului și subnivelului unor algebre cu diviziune.

Bibliografie

[1] Ravi P. Agarwal, Cristina Flaut, *An Introduction to Linear Algebra*, New York, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2017, pp. 1-5

[2] C. Năstăsescu, C. Niță, C. Vraciu. *Bazele Algebrei*, București, Editura Academiei Republicii Socialiste România, 1986, p. 18, pp. 130, 153-157, 242-259

- [3] D. Fetcu. *Elemente de algebră liniară, geometrie analitică și geometrie diferențială*, Iași, Casa Editorială Demiurg, 2009, pp.65-71
- [4] Winfried Scharlau. *Quadratic and Hermitian Forms*, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1985 pp. 1-3, pp.5-6, p. 8
- [5] David W. Lewis, *Quaternion Algebras and the Algebraic Legacy of Hamilton's Quaternions*, Irish Math. Soc. Bulletin **57**, 2006, pp. 43-46
- [6] David. W. Lewis, *Levels of Quaternion Algebras*, Rocky Mountain, Journal of Mathematics, **19**(3), 1989, pp.787
- [7] D.W. Hoffmann, *Levels of quaternion algebras*, Arch. Math. (Basel) 90 (2008), pp. 401-411
- [8] John Voight, *Quaternion algebras*, v.0.0.26, March 27, 2021, p. 1
- [9] T.Y. Lam, *Introduction to Quadratic Forms over Fields*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 67, American Mathematical Society Providence, Rhode Island, 2004, pp. 51
- [10] V. Ungureanu and M. Buneci *Algebră liniară: teorie și aplicații*, Timișoara, Editura Mirton, 2004, pp.5-6

Convergence results for inertial Krasnoselskii-Mann iterations in Hilbert Spaces with applications

Liviu-Ignat SOCACIU

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Tehnică din Cluj Napoca,
Centrul Universitar Nord, Baia Mare
socaciu.liviu@yahoo.com

Abstract

In this paper, we consider inertial iteration methods for Fermat-Weber location problem and primal-dual three-operator splitting in real Hilbert spaces. To do these, we first obtain weak convergence analysis and nonasymptotic $O(1/n)$ convergence rate of the inertial Krasnoselskii-Mann iteration for fixed point of nonexpansive operators in infinite dimensional real Hilbert spaces under some seemingly easy to implement conditions on the iterative parameters. The convergence analysis and rate of convergence results are obtained using conditions which appear not complicated and restrictive as assumed in other previous related results in the literature. We then show that Fermat-Weber location problem and primal-dual three-operator splitting are special cases of fixed point problem of nonexpansive mapping and consequently obtain the convergence analysis of inertial iteration methods for Fermat-Weber location problem and primal-dual three-operator splitting in real Hilbert spaces.

Some numerical implementations are drawn from primal-dual three-operator splitting to support the theoretical analysis.

Bibliografie

- [1] Alvarez, F., Attouch, H.: An inertial proximal method for maximal monotone operators via discretization of a nonlinear oscillator with damping. *Set-Valued Anal.* 9, 3-11 (2001).
- [2] Attouch, H., Goudon, X., Redont, P.: The heavy ball with friction. I. The continuous dynamical system. *Commun. Contemp. Math.* 2(1), 1-34 (2000).
- [3] Attouch, H., Czarnecki, M.O.: Asymptotic control and stabilization of nonlinear oscillators with non-isolated equilibria. *J. Differ. Equ.* 179(1), 278-310 (2002).
- [4] Attouch, H., Peypouquet, J., Redont, P.: A dynamical approach to an inertial forward-backward algorithm for convex minimization. *SIAM J. Optim.* 24, 232-256 (2014).
- [5] Attouch, H., Peypouquet, J.: The rate of convergence of Nesterov's accelerated forward-backward method is actually faster than $1/k^2$. *SIAM J. Optim.* 26, 1824-1834 (2016).

- [6] Bauschke, H.H., Combettes, P.L.: *Convex Analysis and Monotone Operator Theory in Hilbert Spaces*. CMS Books in Mathematics, Springer, New York (2011)
- [7] Bauschke, H.H., Burachik, R.S., Combettes, P.L., Elser, V., Luke, D.R., Wolkowicz, H., (Eds.): *Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering*, Springer Optimization and Its Applications, Vol. 49. Springer (2011).
- [8] Beck, A., Teboulle, M.: A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM J. Imaging Sci.* 2(1), 183-202 (2009).
- [9] Beck, A., Sabach, S.: Weiszfeld's method: old and new results. *J. Optim. Theory Appl.* 164, 1-40, (2015)
- [10] Berinde, V.: *Iterative Approximation of Fixed Points*. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1912. Springer, Berlin (2007)
- [11] Bot, R.I., Csetnek, E.R., Hendrich, C.: Inertial Douglas-Rachford splitting for monotone inclusion problems. *Appl. Math. Comput.* 256, 472-487 (2015)
- [12] Bot, R.I., Csetnek, E.R.: An inertial alternating direction method of multipliers. *Minimax Theory Appl.* 1, 29-49 (2016)
- [13] Bot, R.I., Csetnek, E.R.: An inertial forward-backward, forward-primal-dual splitting algorithm for solving monotone inclusion problems. *Numer. Algorithm* 71, 519-540 (2016)
- [14] Cegielski, A.: *Iterative Methods for Fixed Point Problems in Hilbert Spaces*. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 2057. Springer, Berlin (2012)
- [15] Chambolle, A., Pock, T.: On the ergodic convergence rates of a first-order primal-dual algorithm. *Math. Program.* 159, 253-287 (2016)
- [16] Chang, S.S., Cho, Y.J., Zhou, H. (eds.): *Iterative Methods for Nonlinear Operator Equations in Banach Spaces*. Nova Science, Huntington (2002)
- [17] Chen, C., Chan, R.H., Ma, S., Yang, J.: Inertial proximal ADMM for linearly constrained separable convex optimization. *SIAM J. Imaging Sci.* 8, 2239-2267 (2015)
- [18] Chidume, C.E.: *Geometric Properties of Banach Spaces and Nonlinear Iterations*. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1965. Springer, London (2009)
- [19] Cho, Y.J., Kang, S.M., Qin, X.: Approximation of common fixed points of an infinite family of nonexpansive mappings in Banach spaces. *Comput. Math. Appl.* 56, 2058-2064 (2008)
- [20] Cominetti, R., Soto, J.A., Vaisman, J.: On the rate of convergence of Krasnoselski-Mann iterations and their connection with sums of Bernoullis. *Isr. J. Math.* 199, 757-772 (2014)
- [21] Condat, L.: A direct algorithm for 1-d total variation denoising. *IEEE Signal Process. Lett.* 20, 1054-1057 (2013)
- [22] Davis, D., Yin, W.: Convergence rate analysis of several splitting schemes. In: Glowinski, R., Osher, S., Yin, W. (eds.) *Splitting Methods in Communication and Imaging*, Science and Engineering, pp. 343-349. Springer, New York (2015)
- [23] Drezner, Z. (ed.): *Facility Location, A Survey of Applications and Methods*. Springer (1995)

- [24] Genel, A., Lindenstrauss, J.: An example concerning fixed points. *Isr. J. Math.* 22, 81-86 (1975)
- [25] Goebel, K., Reich, S.: *Uniform Convexity, Hyperbolic Geometry, and Nonexpansive Mappings*. Marcel Dekker, New York (1984)
- [26] Kanzow, C., Shehu, Y.: Generalized Krasnoselskii-Mann-type iterations for nonexpansive mappings in Hilbert spaces. *Comput. Optim. Appl.* 67, 595-620 (2017)
- [27] Krasnoselskii, M.A.: Two remarks on the method of successive approximations. *Uspekhi Mat.Nauk* 10, 123-127 (1955)
- [28] Liang, J., Fadili, J., Peyre, G.: Convergence rates with inexact non-expansive operators. *Math. Program. Ser. A.* 159, 403-434 (2016)
- [29] Lorenz, D.A., Pock, T.: An inertial forward-backward algorithm for monotone inclusions. *J. Math. Imaging Vis.* 51, 311-325 (2015)
- [30] Love, R.F., Morris, J.G., Wesolowsky, G.O.: *Facilities Location. Models and Methods*. Elsevier (1988)
- [31] Maing e, P.E.: Regularized and inertial algorithms for common fixed points of nonlinear operators. *J. Math. Anal. Appl.* 344, 876-887 (2008)
- [32] Maing e, P.-E.: Convergence theorems for inertial KM-type algorithms. *J. Comput. Appl. Math.* 219(1), 223-236 (2008)
- [33] Mann, W.R.: Mean value methods in iteration. *Bull. Am. Math. Soc.* 4, 506-510 (1953)
- [34] Matsushita, S.-Y.: On the convergence rate of the Krasnoselskii-Mann iteration. *Bull. Aust. Math. Soc.* 96, 162-170 (2017)
- [35] Ochs, P., Brox, T., Pock, T.: iPiasco: inertial proximal algorithm for strongly convex optimization. *J. Math. Imaging Vis.* 53, 171-181 (2015)
- [36] Opial, Z.: Weak convergence of the sequence of successive approximations for nonexpansive mappings. *Bull. Am. Math. Soc.* 73, 591-597 (1967)
- [37] Polyak, B.T.: Some methods of speeding up the convergence of iterative methods. *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* 4, 1-17 (1964)
- [38] Reich, S.: Weak convergence theorems for nonexpansive mappings in Banach spaces. *J. Math. Anal. Appl.* 67, 274-276 (1979)
- [39] Shehu, Y.: Convergence rate analysis of inertial Krasnoselskii-Mann-type iteration with applications. *Numer. Funct. Anal. Optim.* 39, 1077-1091 (2018)
- [40] Yan, M.: A new primal-dual algorithm for minimizing the sum of three functions with a linear operator. *J. Sci. Comput.* 76, 1698-1717 (2018)
- [41] Yao, Y., Liou, Y.-C.: Weak and strong convergence of Krasnoselski-Mann iteration for hierarchical fixed point problems. *Inverse Problems* 24, 015015 (2008)

Teoreme directe și inverse pentru operatorii de tip Bernstein-Durrmeyer

Ștefan GAROIU

Scoala doctorală de Matematică, Universitatea Transilvania din Brașov
stefangaroiu@gmail.com

Abstract

În aceasta lucrare vom introduce rezultate directe și inverse obținute în aproximarea cu operatori de tip Bernstein-Durrmeyer ce invariază funcțiile liniare și depind de un parametru ρ . Rezultatele directe au fost obținute prin intermediul echivalenței dintre K -functionale și modulul de netezime Ditzian-Totik. Rezultatele inverse au fost obținute prin intermediul unor inegalități de tip Bernstein asupra operatorului menționat.

Bibliografie

- [1] Gonska H., Paltanea R. Simultaneous approximation by a class of Bernstein-Durrmeyer operators preserving linear functions. *Czech Math J* 60, 783-799 (2010)
- [2] Gonska H., Kaco D., Rasa, I. The Genuine Bernstein-Durrmeyer Operators Revisited. *Results. Math.* 62, 295-310 (2012)
- [3] Parvanov P.E., Popov B.D.: The limit case of Bernstein's operators with Jacobi-weights. *Math. Balkanica* 8, 165-177 (1994)
- [4] Felten M.: Direct and inverse estimates for Bernstein polynomials. *Constr. Approx.* 14, 459-468 (1998).

On the 3-spliced Exponential-LogNormal-Pareto distribution

Adrian-Iulian BÂCĂ

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
bacaadi@yahoo.com

Abstract

To model statistical data coming from two different distributions, Cooray and Ananda (2005) introduced a composite (2-spliced) Lognormal-Pareto model, that was further extended by Scollnik (2007) and fitted to insurance data. More general, in this work, we consider a 3-spliced composite model, built from the Exponential, Lognormal and Pareto distributions. The main characteristics of this model, as well as statistical inference are discussed. The parameters estimation is illustrated on random generated data.

Bibliografie

- [1] Cooray, K., & Ananda, M. M. (2005). Modeling actuarial data with a composite lognormal-Pareto model. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2005(5), 321-334.
- [2] Scollnik, D. P. (2007). On composite lognormal-Pareto models. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2007(1), 20-33.

Construcția de algebre de numere hypercomplexe în procesul Cayley-Dickson cu definiție recurentă a elementelor bazei

Remus BOBOESCU

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
remus_boboescu@yahoo.com

Abstract

Pornind de la algebra numerelor reale se introduce numerele complexe și hypercomplexe quaternioni, octonioni, sededioni, și așa mai departe, ca prin dublarea dimensiunii bazei spațiului vectorial al algebrei. Procesul Cayley-Dickson asigură introducerea unei algebre dublate în dimensiune. Fiecare algebră are ca elemente vectori bidimensionali cu componente elemente din algebra anterioară.

Astfel se obțin în mod recurent vectori de vectori bidimensionali. Fiecare algebră este subalgebră a algebrelor superioare obținute în procesul Cayley-Dickson. Considerarea simultană a algebrelor obținute în procesul Cayley-Dickson necesită o notare unitară a elementelor bazei acestora. Fiecare algebră este caracterizată prin tabla de înmulțire între elementele bazei. Tabla înmulțirii elementelor bazei în algebra dublată în dimensiune este construită prin aplicarea procesului Cayley-Dickson. Astfel se obține o predictibilitate în introducerea numerelor hypercomplexe.

Bibliografie

- [1] John W. Bales, Cayley-Dickson and Clifford Algebras as Twisted Group Algebras (2003)
- [2] John W. Bales, A Catalog of Cayley-Dickson -like products (2011)
- [3] John W. Bales, A tree for computing the Cayley-Dickson Twist, Missouri Journal of Mathematical Sciences, Volume 21 Number 2, 2009, SCIENCES VOLUME 21, NUMBER 2, 2009
- [4] John W. Bales, The Eight Cayley-Dickson Doubling Products, Adv. Appl. Clifford Algebras 26 (2016), 529-551
- [5] Cristina Flaut and Remus Boboescu, A twisted group algebra structure for an algebra obtained by the Cayley-Dickson process, accepted in Ukr J. Math.

Introducere în teoria BCK-algebrelor și câteva structuri algebrice derivate

Alexandru TANASĂ

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
tanasa.alexandru100@gmail.com

Abstract

În această lucrare, ne propunem să facem o introducere în teoria BCK-algebrelor. Acestea fac parte din categoria algebrelor logice și se bazează pe teoria multimilor. Vom găsi atât definiția algebrelor BCK și a subalgebrelor, cât și numărul estimativ al acestora din urmă. Pe lângă prezentarea unor exemple de BCK-algebre, o categorie importantă o constituie BCK-algebrele comutative mărginite. Acestea vor deschide studiul mai departe pentru MV-algebre și algebra booleană.

Bibliografie

- [1] Jie Meng, Young Bae Jun, BCK-Algebras, KYUNG MOON SA CO. Seoul, 1994, p. 1-32.
- [2] Kiyoshi Iséki, Shôtarô Tanaka, An introduction to the theory of BCK-algebras, Math. Japon., vol. 23, no. 1, p. 1-26, 1978/79.
- [3] Ivan Chajda, Jan Kuhr, Algebraic structures derived from BCK-algebras, Miskolc Mathematical Notes, Vol. 8 (2007), No 1, p. 11-21
- [4] Daniele Mundici, MV-Algebras, A short tutorial, University of Florence, 2007, p. 1-8.

Algoritmul EM. Studiu și aplicații

Maria-Alexandra BADEA

Școala doctorală de Matematică, Universitatea Ovidius din Constanța
badea.alexandra.1997@gmail.com

Abstract

În aplicațiile din viața de zi cu zi a învățării automate (machine learning), este destul de obișnuit să existe multe caracteristici relevante disponibile pentru învățare, dar numai o mică submulțime a acestora este observabilă. Deci, pentru variabilele care sunt uneori observabile și alteori nu, putem proceda în felul următor: când variabila este vizibilă, aceasta este observată în scopul învățării, iar când aceasta nu este vizibilă, putem să îi prezicem valoarea.

Algoritmul EM (Expectation-Maximization, sau așteptare-maximizare) poate fi folosit și pentru variabilele latente (variabile care nu sunt direct observabile și sunt de fapt deduse din valorile celorlalte variabile observate) pentru a prezice valorile lor cu condiția ca forma generală a distribuției probabilității care guvernează acele variabile latente să ne fie cunoscută. Acest algoritm stă de fapt la baza multor algoritmi supervizați și nesupervizați din domeniul învățării automate. A fost explicat, propus și denumit într-o lucrare publicată în 1977 de Arthur Dempster, Nan Laird și Donald Rubin. Este folosit pentru a găsi parametrii locali de maximă verosimilitate ai unui model statistic în cazurile în care sunt implicate variabile latente și datele lipsesc sau sunt incomplete. Esența algoritmului EM este utilizarea datelor observate disponibile ale setului de date pentru a estima datele lipsă și apoi utilizarea acestor date pentru a actualiza valorile parametrilor.

Algoritmul EM este utilizat în diverse domenii, printre care putem enumera: gruparea datelor (data clustering) în învățare automată (machine learning) și vedere computațională (computer vision), procesarea limbajului natural (natural language processing, sau NLP), estimarea parametrilor în modele mixte, psihometrie, analiza și prelucrarea imaginilor medicale, inginerie structurală.

Două dintre cele mai populare aplicații ale EM sunt: estimarea modelelor de mixturi gaussiene (Gaussian Mixture Model, sau pe scurt GMM) și estimarea modelelor de tip lanțuri Markov ascunse (Hidden Markov Model, sau pe scurt HMM). Soluțiile EM sunt, de asemenea, deduse pentru a învăța o mixtură optimă de modele fixe, pentru a estima parametrii unei distribuții Dirichlet compuse (compound Dirichlet distribution) și pentru separarea semnalelor suprapuse.

În această lucrare vom prezenta pe scurt noțiunile preliminare necesare înțelegerii conceptului de algoritm EM, vom analiza pașii acestuia, abordarea problemei datelor lipsă, proprietățile algoritmului EM.

Sunt discutate probleme practice din domeniul învățării automate în care a fost aplicat EM, precum și variațiuni ale algoritmului care ajută la rezolvarea acestor provocări.

Bibliografie

[1] Blitzstein, J. K., Hwang, J., Introduction to Probability - Second Edition, Editura CRC Press, Taylor & Francis Group Boca Raton, FL, 2019

[2] Gupta M.R., Chen Y., Theory and Use of the EM Algorithm, Editura Now Publishers Hanover, 2014

[3] Russell B. Millar, Maximum likelihood estimation and inference: with examples in R, SAS and ADMB, Editura John Wiley & Sons, Ltd, Marea Britanie, 2011

[4] Lee, G., Clayton S., EM algorithms for multivariate Gaussian mixture models with truncated and censored data, Computational Statistics & Data Analysis 56.9, 2012, pp. 2816-2829

[5] Couvreur, C., The EM algorithm: A guided tour., Computer intensive methods in control and signal processing. Birkaiser, Boston, MA, 1997. pp. 209-222.

[6] Jamshidian, M., & Jennrich, R. I., Acceleration of the EM algorithm by using quasi-Newton methods., Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 59(3), 569-587., 1997

[7] Ali, M. M., Khompatraporn, C., & Zabinsky, Z. B., A numerical evaluation of several stochastic algorithms on selected continuous global optimization test problems., Journal of global optimization, 31(4), 635-672, 2005

[8] E-Commerce Data - Actual transactions from UK retailer. Kaggle, 2017, <https://www.kaggle.com/carrie1/ecommerce-data>

[9] Sarcastic Comments – REDDIT. Kaggle, 2019, <https://www.kaggle.com/sherinclaudia/sarcastic-comments-on-reddit>